

Thm di De Finetti:

Dati gli eventi $A_1, \dots, A_m, A_{m+1}, \dots$ e $\{p_1, \dots, p_m\}$ ~~una~~ probabilità coerente per $\{A_1, \dots, A_m\}$

$\exists p', p'' : \forall p_{m+1} \in [p', p''] \quad \{p_1, \dots, p_{m+1}\}$ è una probabilità coerente per $\{A_1, \dots, A_{m+1}\}$

Exp Distribuzione binomiale

$$\Omega = \{0, 1\}^n$$

$$p_k = P(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \forall k \in \Omega$$

probabilità di ottenere k teste in n lanci

p = probabilità di ottenere testa

$$0 \leq p \leq 1$$

$$1-p = \text{" "}$$

croce

Proof

$\{p_k\}$ è una distribuzione: $\sum p_k = (p + 1-p)^n = 1, p_k \geq 0$

A_i = "testa all' i -esimo lancio" p

$B_S = A_{S_1} \cap A_{S_2} \cap \dots \cap A_{S_r} \cap A_{S_{r+1}}^c \cap A_{S_{r+2}}^c \cap \dots \cap A_{S_n}^c$ con $0 \leq S_1 < S_2 < \dots < S_n \leq n$, quindi

1. $\{S_1, \dots, S_r\}$ è una r -comb. semplice di $\{0, \dots, n\}$

2. $\{S_{r+1}, \dots, S_n\}$ è una $n-r$ comb. semp. di $\{0, \dots, n\} \setminus \{S_i\}_{i=1}^r$

$$P(B_S) = P\left(\bigcup_{\{S_i\}_{i=1}^r \in \mathcal{B}_r(x)} B_S\right) =$$

$$= P\left(\bigcup_{\{S_1, \dots, S_r\} \text{ 2-comb. semp.}} B_S\right) \stackrel{\uparrow}{=} \sum_{\{S_1, \dots, S_r\}} P(B_S) \stackrel{\uparrow}{=} \sum_{\substack{\{S_1, \dots, S_r\} \\ \text{2-comb. semp.}}} p^r (1-p)^{n-r} = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

$$P(B_S) = \prod_{i=1}^n P(A_{S_i}) \stackrel{\uparrow}{=} \prod_{i=1}^r p \prod_{i=r+1}^n (1-p) = p^r (1-p)^{n-r}$$

sono indipendenti