

Def $A_1, \dots, A_n$ sono logicamente indipendenti $\Leftrightarrow |C| = n$

Def Una probabilità P e' una funzione $P: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0, 1]$ tale che
 $\uparrow$
 insieme delle parti.

A1. $P(\Omega) = 1$

A2. $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

A3.2.1 $\{A_i\}_{i \in I}, I \subseteq \mathbb{N}, A_i \cap A_j = \emptyset \forall i \neq j \Rightarrow P(\bigcup_{i \in I} A_i) = \sum_{i \in I} P(A_i)$ [nel caso di famiglie numerabili]

Prop 1. 1. $P(A^c) = 1 - P(A)$ $\left[6. P(\{a\}) = \frac{1}{|\Omega|} \right]$
 $\Leftrightarrow \underbrace{P(\{a\}) = P(\{b\})}_{\text{eventi equiprobabili}} \quad \forall a, b \in \Omega$

2. $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

$P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$

3. $P(\emptyset) = 0$

4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; 4.1 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

5. $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

Pr

• $P(A^c) + P(A) = P(A^c \cup A) = P(\Omega) \stackrel{A1.}{=} 1$

• $P(\Omega) = P(\bigcup_{a \in \Omega} \{a\}) \stackrel{A3.}{=} \sum_{a \in \Omega} P(\{a\})$

$P(\{a\}) = \frac{1}{|\Omega|}$

$P(a) = P(b)$
 $\forall a, b \in \Omega$

$\sum_{b \in \Omega} P(a) = |\Omega| P(a)$

• $P(A) = P(\bigcup_{a \in A} \{a\}) \stackrel{(1)}{=} \sum_{a \in A} \frac{1}{|\Omega|} = |A| \cdot \frac{1}{|\Omega|}$

• $A \subseteq B \Rightarrow C = B \setminus A, A \cup C = B, A \cap C = \emptyset \Rightarrow P(B) = P(A \cup C) = P(A) + P(C) \Rightarrow P(C) = P(B) - P(A)$

(2)

Supponiamo per il momento che $|\Omega| \in \mathbb{N}$