

allora $A^* = A \Rightarrow h: A^* = A \rightarrow B$ Ad iniettiva $\Rightarrow A \leq B$

Cantor 1890

Thm 27

$$A \neq \emptyset \Rightarrow A \not\approx P(A)$$

Pf

• $A \approx P(A)$, infatti $x \mapsto \{x\}$ è iniettiva

• $\nexists f: A \rightarrow P(A)$ suriettiva, e quindi $\nexists \psi: A \leftrightarrow P(A)$ biettiva

Se per ass $f: A \rightarrow P(A)$ sur, sia $A' = \{x \in A \mid x \notin f(x)\} \subseteq A \Rightarrow A' \in P(A)$

$$f \text{ sur} \Rightarrow \exists a \in A: f(a) = A'$$

CASO $a \in A'$

$$a \in A' \Rightarrow a \notin f(a) = A' \subseteq A \Rightarrow a \notin A \text{ assurdo}$$

CASO $a \notin A'$

$$a \notin A' = f(a) \Rightarrow a \in A' \text{ assurdo}$$

Lemma 27.0

$$X \text{ insieme, } B_x \subseteq X \forall x \in X \\ B: X \rightarrow P(X) \\ x \mapsto B_x$$

$$\Rightarrow \{x \in X \mid x \notin B_x\} \neq B_a$$

Pf

$$\text{Per assurdo } B_a = \{x \in X \mid x \notin B_x\} \cdot \begin{matrix} a \in B_a \Rightarrow a \notin B_a \\ a \notin B_a \Rightarrow a \in B_a \end{matrix} \text{ assurdo}$$