

Def 5.3

Sia $A \in F$

$$m_A(F) \stackrel{\text{def}}{=} \min_{\substack{B \in \text{Spazio} \\ B \neq A}} I((A, \overline{AB}) \cap F, A)$$

dove Spazio = P^n se F è proiettivo, Spazio = A^n altrimenti

Obs 5.3.1

se F affine $\Rightarrow m_A(F) = m_A(F^*)$
 $A \in F$

Pg

Sia $R = (A, \overline{AB})$

~~$R^* = R \cup \{R_{\infty}\}$~~

~~Caso $R_{\infty} \in F^*$~~

se

~~$R_{\infty} \in F^*$~~

~~F affine $\Rightarrow A \neq R_{\infty}$~~

~~$\Rightarrow R \in F$~~

e quindi $I(R^* \cap F^*, A) = \infty$

e quindi il minimo non viene influenzato

~~Caso $R_{\infty} \notin F^*$~~

~~Allora $R_{\infty} \in R^* \cap F^*$ e quindi $R^* \cap F^* = R \cap F^*$~~

~~$I(R \cap F, A) = I(R^* \cap F^*, A) = I(R \cap F^*, A)$~~

10

Basta applicare l'oss 5.1.4 pg 142

~~$m_A(F) = m_A(R) = m_A$~~

$m_A(F^*) = \min_{\substack{B \in P^n \\ B \neq A \\ B \cap F \neq \emptyset}} I(B \cap F^*, A) \stackrel{\text{def}}{=} m_A(F)$

Obs 5.3.2

Nota 1: l'uguaglianza si ha $\Leftrightarrow G$ è l'unica componente di $F: A \in G$

Nota 2: l'uguaglianza si ha $\Leftrightarrow \nexists G$ distinto dagli $F_i: A \in G$

1. G irriducibile, G componente di F di molteplicità z

$A \in G \Rightarrow m_A F \geq z m_A G$; Nota 1

2. $A \in F_1, F_2, \dots, F_p$ componenti di F , allora con z_i molteplicità di F_i , si ha

$m_A F \geq z_1 m_A F_1 + z_2 m_A F_2 + \dots + z_p m_A F_p$
 $m_A F \geq \sum_{i=1}^p z_i m_A F_i$, Nota 2

3. $m_A F = 1 \Leftrightarrow \exists ! G$ componente di $F: m_A G = 1$
 (A semplice) G di molteplicità 1

Pg 1

$m_A G = 1 \Rightarrow G(A + \mu B) = \mu^3 g(\mu)$; $F = G^2 H$
 $g(0) \neq 0$

$H(A + \mu B) = \mu^t h(\mu)$ con $t \geq 0$
 $\Rightarrow F(A + \mu B) = \mu^{2s+t} g(\mu) h(\mu)$
 $\Rightarrow F(A + \mu B) = \mu^{2s+t} g(\mu) h(\mu)$