

Fisica I

AlpT (@freaknet.org)

<http://freaknet.org/alpt>

May 3, 2015

Abstract

Questo testo e' una rielaborazione personale degli appunti presi durante il corso di Fisica I, tenuto dal Prof. Costa presso il dipartimento di Matematica, Catania, A.A. 2007/2008. Saro' ben lieto di correggere ogni eventuale errore che mi comunicherai.

Buon lettura.

^_^

Copyright ©2012 Andrea Lo Pumo aka AlpT <alpt@freaknet.org>. All rights reserved.

This document is free; you can redistribute it and/or modify it under the terms of the GNU General Public License as published by the Free Software Foundation; either version 2 of the License, or (at your option) any later version.

This document is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License for more details.

You should have received a copy of the GNU General Public License along with this document; if not, write to the Free Software Foundation, Inc., 675 Mass Ave, Cambridge, MA 02139, USA.

Contents

1	Cinematica	1
1.1	Moto uniforme	1
1.2	Moto accelerato uniforme	1
1.2.1	Proiettili	2
1.3	Moto circolare	3
1.3.1	Moto circolare uniforme	3
1.3.2	Moto armonico	4
1.4	Moto relativo	4
2	Dinamica	4
2.1	Blocco sul piano non inclinato	5
2.2	Piano inclinato	5
2.3	Forza elastica	6
2.4	Forza centripeta	6
3	Formulario	7
3.1	.Cinematica	7
3.2	.Dinamica	8
4	*	10

1 Cinematica

Sia $\mathbf{r}(t) : [t_0, t_1] \rightarrow \mathbb{R}^n$ la rappresentazione parametrica di una curva $\mathbb{R}^n$ regolare e di classe C^2 . Poniamo $I = [t_0, t_1]$.

Definition 1.1.

Velocita':

$$\mathbf{v}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{r}'(t) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t_0)}{t - t_0} = (r'_1(t), r'_2(t), r'_3(t))$$

Accelerazione:

$$\mathbf{a}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{v}'(t) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}(t_0)}{t - t_0} = (v'_1(t), v'_2(t), v'_3(t))$$

A volte, useremo la seguente convenzione:

$$\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$$

$$\mathbf{a}(t_0) = \mathbf{a}_0$$

$$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$$

1.1 Moto uniforme

Definition 1.2. $\mathbf{r}(t)$ e' un moto uniforme $\stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \mathbf{v}(t) = \mathbf{v} \quad \forall t \in I \Leftrightarrow \mathbf{a}(t) = 0 \quad \forall t \in I$.
Nel moto uniforme, con $\mathbf{v}$ indicheremo $\mathbf{v}(t)$.

Proposition 1.3. *Per un moto uniforme, vale la seguente:*

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + (t - t_0)\mathbf{v}$$

Proof: Si integra la velocita' in $[t_0, t]$:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t) \quad \forall t \in I \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \int_{t_0}^t \mathbf{v} \, dt = \int_{t_0}^t \mathbf{r}'(t) \, dt \Leftrightarrow (t - t_0)\mathbf{v} = \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t_0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + (t - t_0)\mathbf{v}$$

□

1.2 Moto accelerato uniforme

Definition 1.4. $\mathbf{r}(t)$ e' un moto uniforme $\stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \mathbf{a}(t) = \mathbf{a} \quad \forall t \in I \Leftrightarrow \mathbf{a}'(t) = 0 \quad \forall t \in I$.
Nel moto uniforme, con $\mathbf{a}$ indicheremo $\mathbf{a}(t)$.

Proposition 1.5. *Per un moto accelerato uniforme:*

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(t_0) + (t - t_0)\mathbf{a}$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + \mathbf{v}(t_0)(t - t_0) + \frac{(t - t_0)^2}{2}\mathbf{a}$$

$\mathbf{r}(t)$ e' una curva piana, poiche' ogni $\mathbf{r}(t')$ e' combinazione lineare di $\mathbf{v}(t_0)$ e $\mathbf{a}$ che sono vettori costanti.

Proof: Si integra l'accelerazione in $[t_0, t]$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{a} = \mathbf{a}(t) = \mathbf{v}'(t) \quad \forall t \in I &\Leftrightarrow \int_{t_0}^t \mathbf{a} \, dt = \int_{t_0}^t \mathbf{v}'(t) \, dt \Leftrightarrow (t - t_0)\mathbf{a} = \mathbf{v}(t) - \mathbf{v}(t_0) \quad \forall t \in I \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \int_{t_0}^t (t' - t_0)\mathbf{a} + \mathbf{v}(t_0) \, dt = \int_{t_0}^t \mathbf{v}(t) \, dt \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \mathbf{v}(t_0)(t - t_0) + \frac{(t - t_0)^2}{2}\mathbf{a} = \int_{t_0}^t \mathbf{r}'(t) \, dt = \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t_0) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + \mathbf{v}(t_0)(t - t_0) + \frac{(t - t_0)^2}{2}\mathbf{a}
\end{aligned}$$

□

1.2.1 Proiettili

Definition 1.6. $\mathbf{r}(t)$ e' un moto di un proiettile se e' un moto accelerato uniforme di accelerazione $\mathbf{a} = (0, -g)$.

Proposition 1.7. Poiche' $\mathbf{r}(t)$ e' una curva piana, possiamo usare vettori in $\mathbb{R}^2$, scegliendo come riferimento $\{O, \mathbf{x}, \mathbf{y}\}$. Considerando che $\mathbf{v}(t_0) = (\mathbf{v}(t_0) \cdot \mathbf{x}, \mathbf{v}(t_0) \cdot \mathbf{y}) = (|\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta, |\mathbf{v}(t_0)| \sin \vartheta)$, si hanno le seguenti formule:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1(t) = |\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta \\ \mathbf{v}_2(t) = |\mathbf{v}(t_0)| \sin \vartheta - (t - t_0)g \\ \mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_1(t_0) + |\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta (t - t_0) \\ \mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}_2(t_0) + |\mathbf{v}(t_0)| \sin \vartheta (t - t_0) - \frac{(t - t_0)^2}{2}g \end{cases}$$

Inoltre, la versione non-parametrica della curva e'

$$\begin{cases} t(x) = \frac{x - x_0}{v_0 \cos \vartheta} + t_0 \\ y = y_0 + (x - x_0) \tan \vartheta - \frac{(x - x_0)^2}{v_0^2 \cos^2 \vartheta} \frac{g}{2} \end{cases}$$

Proof:

$$\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_1(t_0) + |\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta (t - t_0) \Leftrightarrow t = \frac{\mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_1(t_0)}{|\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta} + t_0 \quad (*)$$

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_1(t_0) + |\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta (t - t_0) \\ \mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}_2(t_0) + |\mathbf{v}(t_0)| \sin \vartheta (t - t_0) - \frac{(t - t_0)^2}{2}g \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} t = \frac{\mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_1(t_0)}{|\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta} + t_0 \\ \mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}_2(t_0) + |\mathbf{v}(t_0)| \sin \vartheta \frac{\mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_1(t_0)}{|\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta} - \frac{(\mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_1(t_0))^2}{\mathbf{v}(t_0)^2 \cos^2 \vartheta} \frac{g}{2} = \\ \quad = \mathbf{r}_2(t_0) + (\mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_1(t_0)) \tan \vartheta - \frac{(\mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_1(t_0))^2}{\mathbf{v}(t_0)^2 \cos^2 \vartheta} \frac{g}{2} \end{cases}$$

□

Definition 1.8. La gittata e' definita come:

$$git(\mathbf{r}) = \max \mathbf{r}_1(t'), \mathbf{r}_2(t'')$$

dove $\mathbf{r}_1(t') = \mathbf{r}_1(t'') = 0$, e t', t'' sono le due radici dell'equazione non-parametrica di $\mathbf{r}$, per $y = 0$.

Proposition 1.9. Supponendo $\mathbf{r}(t_0) = (0, 0)$, si ha che la gittata e':

$$git(\mathbf{r}) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\vartheta$$

E' chiaro che se $g > 0$, la gittata massima si ha per $\vartheta = \frac{\pi}{4}$ (il $\max \sin 2\vartheta = 1$ per $2\vartheta = \frac{\pi}{2}$)

1.3 Moto circolare

Definition 1.10. $\mathbf{r}(t)$ e' un moto circolare $\stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \mathbf{r}(t)$ e' una circonferenza di raggio $R > 0$, ovvero

$$\mathbf{r}(t) = (R \cos \vartheta(t), R \sin \vartheta(t))$$

dove $\vartheta(t) : I \rightarrow \mathbb{R}$ e' una funzione di classe C^1 .

Si definisce la *velocita' angolare*:

$$\omega(t) = \vartheta'(t)$$

Si definisce la *accelerazione angolare*:

$$\alpha(t) = \omega'(t)$$

Proposition 1.11. *In un moto circolare, si ha*

$$\mathbf{v}(t) = R\omega(t)(-\sin \vartheta(t), \cos \vartheta(t))$$

$$|\mathbf{v}(t)| = R\omega(t)$$

$$\mathbf{a}(t) = R \left(-\alpha(t) \sin \vartheta(t) - \omega^2(t) \cos \vartheta(t), \alpha(t) \cos \vartheta(t) - \omega^2(t) \sin \vartheta(t) \right)$$

Proof:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t) = (-R \sin \vartheta(t) \vartheta'(t), R \cos \vartheta(t) \vartheta'(t)) = \omega(t)(-R \sin \vartheta(t), R \cos \vartheta(t))$$

$$|\mathbf{v}(t)| = |\omega(t)R(-\sin \vartheta(t), \cos \vartheta(t))| = |\omega(t)R| |(-\sin \vartheta(t), \cos \vartheta(t))| = \omega(t)R$$

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{v}'(t) = \omega'(t)R(-\sin \vartheta(t), \cos \vartheta(t)) + \omega(t)R(-\cos \vartheta(t) \vartheta'(t), -\sin \vartheta(t) \vartheta'(t)) =$$

$$= \alpha(t)R(-\sin \vartheta(t), \cos \vartheta(t)) + \omega^2(t)R(-\cos \vartheta(t), -\sin \vartheta(t)) = (-R(\alpha(t) \sin \vartheta(t) + \omega^2(t) \cos \vartheta(t)), R(\alpha(t) \cos \vartheta(t) - \omega^2(t) \sin \vartheta(t)))$$

□

1.3.1 Moto circolare uniforme

Definition 1.12. Sia $\mathbf{r}(t)$ un moto circolare.

$\mathbf{r}(t)$ e' un moto circolare uniforme $\stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \omega(t) = k \quad \forall t \in I \Leftrightarrow \alpha(t) = 0 \quad \forall t \in I$.

Proposition 1.13. *In un moto circolare uniforme, si ha:*

$$\vartheta(t) = \vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega$$

$$\mathbf{a}(t) = -R\omega^2 \cdot (\cos \vartheta(t), \sin \vartheta(t))$$

$$|\mathbf{a}(t)| = R\omega^2$$

$$\mathbf{v}(t) = \omega R \left(-\sin(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega), \cos(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \right)$$

$$\mathbf{r}(t) = \left(R \cos(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega), R \sin(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \right)$$

Proof:

$$\omega = \omega(t) = \vartheta'(t) \Leftrightarrow \int_{t_0}^t \omega \, dt = \int_{t_0}^t \vartheta'(t) \, dt \Leftrightarrow (t - t_0)\omega = \vartheta(t) - \vartheta(t_0) \Leftrightarrow \vartheta(t) = \vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega$$

$$\alpha(t) = \omega'(t)$$

Poiche' $\alpha(t) = 0$, dalla [1.11,pg.3], si ha:

$$\mathbf{a}(t) = R \left(-\alpha(t) \sin \vartheta(t) - \omega^2(t) \cos \vartheta(t), \alpha(t) \cos \vartheta(t) - \omega^2(t) \sin \vartheta(t) \right) = -R\omega^2(t)(\cos \vartheta(t), \sin \vartheta(t))$$

□

1.3.2 Moto armonico

Definition 1.14. Un moto armonico e' la proiezione sull'asse $\mathbf{x}$ di un moto circolare uniforme. E' quindi un moto rettilineo, sull'asse $\mathbf{x}$.

Proposition 1.15. Per il moto armonico si ha:¹:

$$\begin{aligned} r(t) &= R \cos(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \\ v(t) &= -\omega R \sin(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \\ a(t) &= -R\omega^2 \cos(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \end{aligned}$$

1.4 Moto relativo

Definition 1.16. Siano $\{O, x, y, z\}, \{O_1, x', y', z'\}$ due sistemi di riferimento. Sia

$$\mathbf{v}_R(t) = D \left[\overrightarrow{OO_1}(t) \right] = \mathbf{v}_R \quad \forall t$$

la velocita' costante di O_1 rispetto a O .

Sia $\mathbf{r}(t) = \overrightarrow{OP}(t)$ la funzione vettoriale del moto del punto $P(t)$ rispetto al riferimento O . Siano $\mathbf{v}(t), \mathbf{a}(t)$ le relative velocita'.

Siano $\mathbf{r}_1(t) = \overrightarrow{O_1P}(t), \mathbf{v}_1(t), \mathbf{a}_1(t)$ rispetto a O_1 .

Proposition 1.17.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \overrightarrow{OO_1}(t) + \mathbf{r}_1(t) \\ \mathbf{v}_1(t) &= \mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_R \end{aligned}$$

Proof:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1P} \Leftrightarrow \mathbf{r}(t) = \overrightarrow{OO_1} + \mathbf{r}_1(t) \\ \mathbf{v}_1(t) &= \mathbf{r}'_1(t) = D[\mathbf{r}(t) - \overrightarrow{OO_1}] = \mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_R(t) \end{aligned}$$

□

2 Dinamica

Definition 2.1. Sia $\mathbf{r}(t)$ un punto di massa inerziale $m(t)$, accelerazione $\mathbf{a}(t)$. Definiamo la *quantita' di moto* di $\mathbf{r}(t)$:

$$\phi(t) = m(t)\mathbf{v}(t)$$

Definiamo la forza a $\mathbf{r}(t)$:

$$\mathbf{F}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \phi'(t)$$

Proposition 2.2. E' facile verificare che se $m(t) = m \quad \forall t$, si ha

$$\mathbf{F}(t) = m\mathbf{a}(t)$$

Si verifica nel moto relativo $\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}'(t)$, dove $\mathbf{F}(t)$ e' la forza nel primo riferimento, mentre $\mathbf{F}'$ e' quella nel secondo riferimento.

¹basta usare le formule del moto circolare uniforme e prendere le prime coordinate

2.1 Blocco sul piano non inclinato

Proposition 2.3. *Sia*

1. *Il corpo poggiato sull'asse x*
2. *$\mathbf{N}$ la reazione vincolare (rivolta verso l'alto)*
3. *$\mathbf{p} = (0, -mg)$ la forza peso, che deve essere $\mathbf{p} = -\mathbf{N}$*
4. *$\mathbf{F} = (F \cos \vartheta, F \sin \vartheta)$ la forza applicata al corpo, che forma un angolo ϑ con l'asse x*
5. *μ_s l'attrito statico (valido quando il corpo e' fermo e deve cominciare a muoversi)*
6. *μ_d l'attrito dinamico (valido quando il corpo si muove).*
7. *L'attrito statico, dinamico ha modulo: $\mu_s N$, $\mu_d N$. Dove $N = |\mathbf{N}|$.*
8. *Sia $\mathbf{R}$ la risultante delle forze, cioe'*

$$\mathbf{R} = \mathbf{F} + \mathbf{p} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_{att}$$

Si ha

$$\mathbf{R} = 0 \Leftrightarrow R_y = R_x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -mg + N + F \sin \vartheta = 0 \\ F \cos \vartheta - \mu_s N = 0 \end{cases} \Leftrightarrow F = \frac{mg\mu_s}{\cos \vartheta + \mu_s \sin \vartheta}$$

$$F \leq \frac{mg\mu_s}{\cos \vartheta + \mu_s \sin \vartheta} \Leftrightarrow \text{il corpo non si muove}$$

Nel caso dinamico abbiamo:

$$\mathbf{R} = 0 \Leftrightarrow R_y = 0, R_x = ma \Leftrightarrow \begin{cases} -mg + N + F \sin \vartheta = 0 \\ F \cos \vartheta - \mu_d N = ma \end{cases}$$

Proof: Basta porre la condizione $\mathbf{R} = 0$ nella componente x e y . □

2.2 Piano inclinato

Proposition 2.4. *ϑ e' l'angolo formato dal piano inclinato con l'asse x . Nessuna forza, oltre a $\mathbf{p}$ e a $\mathbf{N}$ e' applicata al corpo poggiato sul piano inclinato.*

CASE: *Caso dinamico senza attrito*

$$\mathbf{R} = m\mathbf{a} \Leftrightarrow \mathbf{N} + \mathbf{p} = m\mathbf{a} \Leftrightarrow \begin{cases} N = P \cos \vartheta \\ a = g \sin \vartheta \end{cases}$$

CASE: *Caso statico con attrito*

$$\mathbf{R} = 0 \Leftrightarrow \tan \vartheta = \mu_s$$

$$\tan \vartheta \leq \mu_s \Leftrightarrow \text{il corpo rimane fermo}$$

CASE: *Caso dinamico con attrito*

$$\mathbf{R} = m\mathbf{a} \Leftrightarrow \begin{cases} a = g(\sin \vartheta - \mu_d \cos \vartheta) \\ a \leq 0 \Leftrightarrow \sin \vartheta - \mu_d \cos \vartheta \leq 0 \Leftrightarrow \tan \vartheta \leq \mu_d \Leftrightarrow \text{il corpo si ferma} \end{cases}$$

2.3 Forza elastica

Proposition 2.5. *Il corpo si muove sull'asse x . La posizione di equilibrio della molla e' x_0 . La forza e' per definizione:*

$$F = -k(x - x_0)$$

Supponiamo che $x_0 = 0$.

k e' il coeff. della molla.

Ponendo $F = ma$, si ha

$$a = -\omega^2 x$$
$$\text{con } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

integrando $a = -\omega^2 x \Leftrightarrow x''(t) = -\omega^2 x(t)$, si ha:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$v(t) = x'(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi_0)$$

dove A, ϕ_0 sono costanti che si possono ricavare da $x(0), v(0)$:

$$\begin{cases} x(0) = A \sin(\phi_0) \\ v(0) = x'(0) = \omega A \cos(\phi_0) \end{cases}$$

2.4 Forza centripeta

Proposition 2.6. *Sia $\mathbf{r}(t)$ un moto curvilineo.*

3 Formulario

3.1 .Cinematica

Moto uniforme

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v} \quad \forall t \in I \Leftrightarrow \mathbf{a}(t) = 0 \quad \forall t \in I$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + (t - t_0)\mathbf{v}$$

Moto accelerato uniforme

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{a} \quad \forall t \in I \Leftrightarrow \mathbf{a}'(t) = 0 \quad \forall t \in I.$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(t_0) + (t - t_0)\mathbf{a}$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + \mathbf{v}(t_0)(t - t_0) + \frac{(t - t_0)^2}{2}\mathbf{a}$$

Moto dei proiettili

$$\mathbf{a}(t) = (0, -g)$$

$$\mathbf{v}(t_0) = (|\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta, |\mathbf{v}(t_0)| \sin \vartheta)$$

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1(t) = |\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta \\ \mathbf{v}_2(t) = |\mathbf{v}(t_0)| \sin \vartheta - (t - t_0)g \end{cases}$$
$$\begin{cases} \mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_1(t_0) + |\mathbf{v}(t_0)| \cos \vartheta (t - t_0) \\ \mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}_2(t_0) + |\mathbf{v}(t_0)| \sin \vartheta (t - t_0) - \frac{(t - t_0)^2}{2}g \end{cases}$$
$$\begin{cases} t(x) = \frac{x - x_0}{v_0 \cos \vartheta} + t_0 \\ y = y_0 + (x - x_0) \tan \vartheta - \frac{(x - x_0)^2}{v_0^2 \cos^2 \vartheta} \frac{g}{2} \end{cases}$$

$$git(\mathbf{r}) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\vartheta \quad [\text{per } \mathbf{r}(t_0) = (0, 0)]$$

$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \vartheta}{2g}$$

Moto circolare

$$\mathbf{r}(t) = (R \cos \vartheta(t), R \sin \vartheta(t))$$

$$\omega(t) = \vartheta'(t)$$

$$\alpha(t) = \omega'(t)$$

$$\mathbf{v}(t) = R\omega(t)(-\sin \vartheta(t), \cos \vartheta(t))$$

$$|\mathbf{v}(t)| = R\omega(t)$$

$$\mathbf{a}(t) = R \left(-\alpha(t) \sin \vartheta(t) - \omega^2(t) \cos \vartheta(t), \quad \alpha(t) \cos \vartheta(t) - \omega^2(t) \sin \vartheta(t) \right)$$

Moto circolare uniforme

$$\begin{aligned}\omega(t) &= \omega \quad \forall t \in I \Leftrightarrow \alpha(t) = 0 \quad \forall t \in I \\ \vartheta(t) &= \vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega \\ \mathbf{a}(t) &= -R\omega^2 \cdot (\cos \vartheta(t), \sin \vartheta(t)) \\ |\mathbf{a}(t)| &= R\omega^2 \\ \mathbf{v}(t) &= \omega R \left(-\sin(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega), \cos(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \right) \\ \mathbf{r}(t) &= \left(R \cos(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega), R \sin(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \right)\end{aligned}$$

Moto armonico

$$\begin{aligned}r(t) &= R \cos(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \\ v(t) &= -\omega R \sin(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega) \\ a(t) &= -R\omega^2 \cos(\vartheta(t_0) + (t - t_0)\omega)\end{aligned}$$

Moto relativo

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_R(t) &= D \left[\overrightarrow{OO_1}(t) \right] = \mathbf{v}_R \quad \forall t \\ \mathbf{r}(t) &= \overrightarrow{OO_1}(t) + \mathbf{r}_1(t) \\ \mathbf{v}_1(t) &= \mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_R\end{aligned}$$

3.2 .Dinamica

$$\begin{aligned}\phi(t) &= m(t)\mathbf{v}(t) \\ \mathbf{F}(t) &= m\mathbf{a}(t) \quad [\text{con massa costante}]\end{aligned}$$

Blocco sul piano non inclinato

$$\mathbf{R} = \mathbf{F} + \mathbf{p} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_{\text{att}}$$

Caso statico:

$$\begin{aligned}\mathbf{R} = 0 \Leftrightarrow R_y = R_x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -mg + N + F \sin \vartheta = 0 \\ F \cos \vartheta - \mu_s N = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow F = \frac{mg\mu_s}{\cos \vartheta + \mu_s \sin \vartheta} \\ F \leq \frac{mg\mu_s}{\cos \vartheta + \mu_s \sin \vartheta} &\Leftrightarrow \text{il corpo non si muove} \end{aligned}$$

Caso dinamico:

$$\mathbf{R} = 0 \Leftrightarrow R_y = 0, R_x = ma \Leftrightarrow \begin{cases} -mg + N + F \sin \vartheta = 0 \\ F \cos \vartheta - \mu_d N = ma \end{cases}$$

Blocco sul piano inclinato

CASE: Caso dinamico senza attrito

$$\mathbf{R} = m\mathbf{a} \Leftrightarrow \mathbf{N} + \mathbf{p} = m\mathbf{a} \Leftrightarrow \begin{cases} N = P \cos \vartheta \\ a = g \sin \vartheta \end{cases}$$

CASE: Caso statico con attrito

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = 0 &\Leftrightarrow \tan \vartheta = \mu_s \\ \tan \vartheta &\leq \mu_s \Leftrightarrow \text{il corpo rimane fermo} \end{aligned}$$

CASE: Caso dinamico con attrito

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = m\mathbf{a} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = g(\sin \vartheta - \mu_d \cos \vartheta) \\ \tan \vartheta &\leq \mu_d \Leftrightarrow \text{il corpo si ferma} \end{cases} \end{aligned}$$

4 *

Index

*, 10

.Cinematica, 7

.Dinamica, 8

accelerazione angolare, 3

Blocco sul piano non inclinato, 5

Cinematica, 1

Dinamica, 4

Formulario, 7

Forza centripeta, 6

Forza elastica, 6

gittata, 2

Moto accelerato uniforme, 1

Moto armonico, 4

Moto circolare, 3

Moto circolare uniforme, 3

Moto relativo, 4

Moto uniforme, 1

Piano inclinato, 5

Proiettili, 2

quantita' di moto, 4

velocita' angolare, 3